

활동 9

진흙 도시—최소 확장 트리

활동 개요

우리가 사는 사회는 많은 네트워크들로 연결되어 있습니다. 전화 네트워크, 상하수도와 전기 공급 네트워크, 컴퓨터 네트워크, 도로 네트워크처럼 말이죠. 우리는 특정한 네트워크에 대해 도로, 케이블 혹은 무선 링크를 배치할 수 있는 장소를 선택할 수 있습니다. 우리는 네트워크 내에서 개체들을 효율적으로 연결할 수 있는 방법을 생각할 필요가 있습니다.

교과 연계

- ✓ 수학: 기하학- 모양과 공간 탐색
- ✓ 사회: 지도에서 최단 경로 찾기

대상 연령

- ✓ 9 살 이상

필수 기능

- ✓ 문제 해결력

수업 자료

학생

- ✓ 워크숍 활동: 진흙 도시 문제 (89 쪽)
- ✓ 빗줄이나 사각형 모양의 판지 (한 학생 당 대략 40 개)

진흙 도시

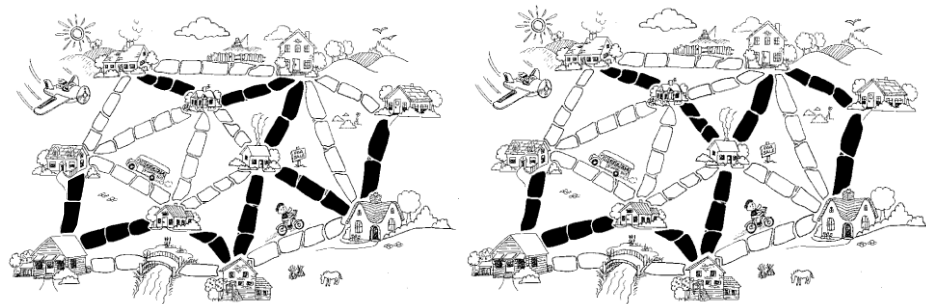
소개

이 활동에서는 실제 생활의 문제(예를 들어 여러 주택에 전기선을 이을지나 택배 문제 등)에 대한 가장 좋은 해결책을 찾기 위해 어떻게 컴퓨터를 이용하는지 알아봅니다. 학생들은 진흙 도시 문제에 대해 설명하고 있는 89 쪽 워크시트를 활용합니다.

생각해보기

학생들이 찾아낸 해결책을 공유해봅시다. 학생들은 어떠한 전략을 사용하였나요?

가장 좋은 해결책을 찾는 전략 중 한가지는 연결선이 없는 빈지도로 시작하여 모든 집이 연결될 때까지 점차 밧줄을 추가하는 것입니다. 이때 이미 연결되어 있는 주택들은 연결하지 않으면서 실의 길이를 증가시켜 길을 추가해나갑니다. 만약 같은 길이의 경로가 추가되는 순서를 바꾸어본다면 다른 해법을 찾을 수도 있게 됩니다. 두 가지의 가능한 해법은 다음과 같습니다.



또 다른 전략은 모두 포장된 도로로 시작하여 필요없는 경로를 지워나가는 것입니다. 하지만 이러한 전략은 훨씬 더 많은 노력을 필요로 합니다.

여러분은 여러분의 일상 생활 중 어디에서 네트워크를 찾을 수 있나요?

컴퓨터 과학자들은 이러한 네트워크들의 구조를 ‘그래프’라고 부릅니다. 실제의 네트워크는 시작과 끝이 연결된 그래프로 표현될 수 있습니다. 예를 들어 도시 지역들 사이의 도로를 건설하거나 세계의 항공 노선을 설계할 때 그래프를 활용할 수 있습니다.

그래프를 활용할 수 있는 다른 알고리즘들이 많이 있습니다. 예를 들어 두 지점 간의 가장 짧은 거리를 구할 때나 모든 지점을 방문하는 가장 짧은 경로를 찾았을 때 그래프를 활용할 수 있습니다.

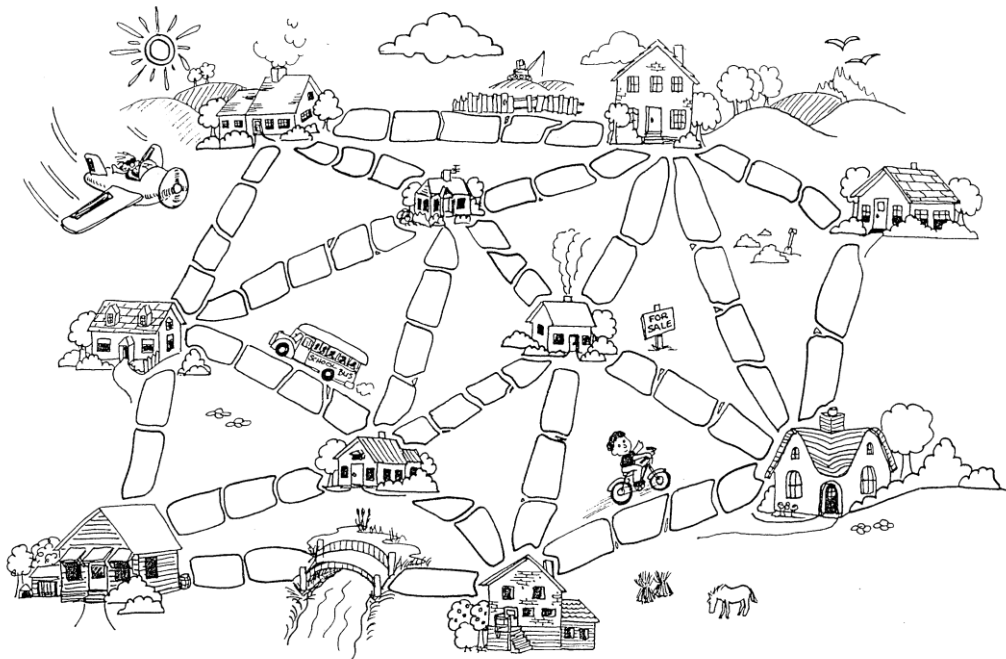
워크시트 활동: 진흙 마을 문제

옛날에 도로가 없는 마을이 있었습니다. 비바람이 온 후에는 그 마을을 돌아다니는 것이 어려웠습니다. 땅이 진흙으로 변했기 때문이죠. 자동차들은 진흙에 박혀버렸고 사람들의 장화는 더러워지기 일쑤였습니다. 그 마을의 촌장은 일부 도로들을 포장해야겠다고 결심하였지만 필요 이상으로 많은 돈을 사용하고 싶지는 않았습니다. 왜냐하면 도시에 수영장도 지어야 했기 때문이죠. 이러한 이유로 촌장은 두 개의 조건을 지정했습니다.

1. 모두가 그들의 집에서 다른 사람의 집으로 이동할 때 포장된 도로만을 이용할 수 있도록 길이 충분히 포장되어야 한다.
2. 포장에 드는 비용은 최대한 적게 들어야 한다.

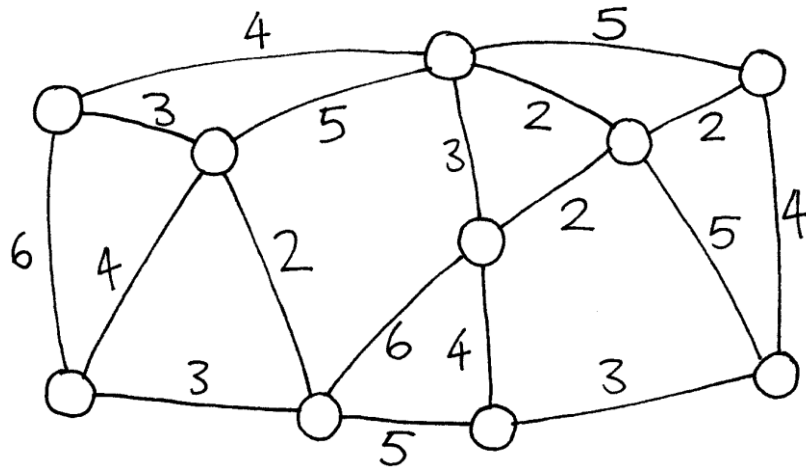
아래는 마을 전경을 나타낸 것입니다. 각각의 집 사이의 포장된 돌들의 수는 그 길을 포장할 때 드는 비용을 표현한 것입니다. 모든 집들을 연결할 수 있는 가장 좋은 경로를 찾아봅시다. 이 때 가능한한 가장 적은 밧줄 혹은 포장 돌을 사용하여야 합니다.

문제를 해결하기 위해 어떠한 전략을 사용하였나요?



한 단계 더!

마을의 길을 나타내는 간단한 표현 방법은 다음과 같습니다



집은 원으로 표현되고 진흙 도로는 선으로 표현되며 도로의 길이는 선 옆에 쓰여진 수로 표현됩니다.

컴퓨터 과학자들과 수학자들은 실세계의 문제를 종종 이러한 종류의 그림을 사용하여 문제를 표현합니다. 그들은 이것을 *그래프*라고 부릅니다. 사실 '그래프'는 때때로 통계에서 수치데이터를 보여주기 위한 차트로서 사용되기 때문에 처음에는 혼동될 수 있습니다. 예를 들어 막대그래프가 쓰이죠. 그러나 컴퓨터 과학자들이 사용하는 그래프는 이것과 용도가 다릅니다. 그래프 상의 길이가 실제 범위를 나타낼 필요가 없기 때문입니다.

여러분만의 진흙 마을 문제를 만들어보고 친구들과 함께 해결해봅시다.

가장 좋은 해결책을 위해 얼마나 많은 도로들 혹은 연결 경로들이 필요한지 나타내는 방법을 찾아내었나요? 마을에 얼마나 많은 집들이 있는지에 따라 결과가 달라지나요?

컴퓨터 과학 이야기

전기, 가스, 물 등의 생활 기반 시설을 새로운 마을에 설치하기 위해 여러분이 설계하고 있다고 생각해봅시다. 전기선이나 수도관 등으로 이루어진 네트워크는 모든 집들과 관련 회사를 연결해주기 위해 꼭 필요합니다. 모든 집들은 어떠한 지점에서든 연결될 필요가 있지만 기반 시설이 집으로 이동되는 경로는 매우 중요합니다. 효율적인 설계를 고려하지 않고 단지 연결만 한다면 길든 짧은 어떠한 경로든 존재합니다.

이때 총 길이가 최소인 네트워크를 설계하는 일을 *최소 신장 트리* 문제라고 부릅니다.

최소 신장 트리는 가스나 전력 네트워크에서만 유용한 것이 아닙니다. 컴퓨터 네트워크, 전화 네트워크, 기름 파이프라인, 공항 경로 등에서의 문제를 해결할 때도 도움이 됩니다. 또한 사람들이 여행을 위한 가장 최적의 경로를 결정할 때 얼마의 비용이 드는지의 문제뿐만 아니라 얼마나 그 여행이 편리한지를 고려 합니다. 단지 저렴하다는 이유로 다른 나라로 돌아가는 항공편을 통해 오랜 시간에 걸쳐 여행하길 원하는 사람은 없습니다. 진흙 마을 알고리즘은 이러한 네트워크들에는 그리 많이 사용되지 않습니다. 왜냐하면 그것은 단순히 도로의 길이나 비행 경로의 총길이를 최소화 시키는 것일 뿐이니까요.

최소 신장 트리는 그래프에 대한 다른 문제를 해결하는 단계 중 하나로서도 유용하게 사용됩니다. 네트워크 상의 모든 지점을 가장 짧은 경로로 방문할 방법을 찾아보는 '세일즈맨 문제'가 그 일례입니다.

최소 신장 트리 문제를 해결하는 효율적인 알고리즘이 있습니다. 최적의 해결책을 가져올 단순한 방법은 아무런 연결이 없는 상태에서 시작한 후 크기가 점차 늘어날 때 각 노드에서 짧은 연결선을 추가하는 것입니다. 이 때는 이전에 연결되지 않은 네트워크들의 일부만 연결에 추가해주면 됩니다. 이것은 J.B. Kruskal 이 1965 년에 출판한 저서 이후에 크루스 칼 알고리즘이라고 명명됩니다.

'세일즈맨 문제'를 포함한 많은 그래프상의 문제들에 대해 컴퓨터 과학자들은 충분히 빠른 방법을 찾기 위한 가장 좋은 해결책을 아직 찾지 못하였습니다.

해답과 힌트

한 단계 더! (89 쪽)

n 개의 주택이 있을 때 얼마나 많은 도로와 연결이 필요할까요? 최적의 해결책은 정확히 $n-1$ 개의 연결만 있으면 충분하다고 밝혀졌습니다. 그리고 하나를 더 추가하는 것은 주택 간의 불필요한 경로를 만들어 내는 것이 됩니다.